计算机研究与发展
Journal of Computer Research and Development
ISSN 1000-1239/CN 11-1777/TP
48(3)：353-363，2011

无线传感器网络定位理论和算法

王小平[1] 罗 军[1] 沈昌祥[2]
[1]（国防科学技术大学计算机学院 长沙 410073）
[2]（海军计算技术研究所 北京 100841）
（xiaopingwang@nudt.edu.cn；wxpinnudt@gmail.com）

Theory and Algorithms on Localization in Wireless Sensor Networks

Wang Xiaoping[1], Luo Jun[1], and Shen Changxiang[2]
[1]（*College of Computer, National University of Defense Technology, Changsha* 410073）
[2]（*Institute of Naval Computer Technology, Beijing* 100841）

Abstract As a basis of many network protocols and applications, localization is one of the major supportive technologies for wireless sensor networks, making it an indispensable part in the design of wireless sensor networks. In this paper, we comprehensively survey the recent advancements of the theory and algorithms on localization. We completely summarize the following aspects on localization theory. Firstly, we describe the formal definition of localization problem. Then, we analyze the computational complexity of the localization problem under various configurations. Next, we introduce the localization theory, which is developed from the rigidity theory. Finally, we present a special kind of location computable network: sequentially localizable network. In a global view, the study of localization theory is the basis of all the achievements, which not only shows great insights on the localization problem, but also further solves many fundamental problems of localization, especially in two-dimensional case. By localization theory, a lot of new localization algorithms are proposed. We also conclude the typical localization algorithms related to localization theory. We place special emphasis on their design ideas, as well as the application scope and disadvantage, for each localization algorithm. Finally, we point out the possible directions in both localization theory and localization algorithm for further research.

Key words wireless sensor network; localization theory; rigidity theory; localization algorithm; computational complexity

摘 要 定位技术作为网络协议和应用的基础，已经成为无线传感器网络重要的支撑技术，是传感器网络研究的核心问题之一.系统地总结了近年来定位理论和算法的最新研究进展.全面阐述了定位问题的形式化定义、定位问题复杂度分析、基于刚性理论的定位理论和定位问题可计算性研究的最新成果.通过对定位理论的研究可以更好地揭示定位技术的本质，回答很多定位技术相关的基本问题.此外，还深入分析了近年来典型的定位算法，介绍每种算法的设计思想，分析其适用范围和不足.最后给出定位理论和定位算法未来的研究方向.

关键词 无线传感器网络；定位理论；刚性理论；定位算法；计算复杂性

中图法分类号 TP393

收稿日期：2009-11-27；**修回日期**：2010-04-27

基金项目：国家“九七三”重点基础研究发展计划基金项目（2006CB303000）；国家自然科学基金项目（60903224，60903223）

近几年，无线传感器网络在军事和民用领域得到了广泛的应用[1]. 其中，大部分应用都具有上下文相关的特点，而位置信息是最重要的上下文信息之一. 首先，位置信息是感知数据的重要组成部分，网络采集的数据和侦测的信号需要位置信息才能解释成具体的物理事件[2]；其次，定位技术是无线传感器网络支撑技术之一，很多协议需要位置信息的支持，比如状态无关路由技术[3]、拓扑控制[4]、目标追踪[5]等.

国内外学者对无线传感器网络的定位问题都进行了大量的研究[6-17]. 同时，也有学者对定位技术作出了比较完整的综述[18-19]. 近年来，随着刚性理论的引入，定位技术在理论上产生了重大突破，使得定位理论和算法的研究都取得了极大的进展. 首先，定位理论初步形成一个完整的理论体系；其次，对定位问题的复杂度有了全面的分析和认识；最后，在定位理论的指导下，很多学者提出新型定位算法，这些算法成功克服传统三边测量法的固有缺陷，提高了定位性能.

定位理论在这一系列成果中起到了至关重要的作用，在分析定位问题、指导定位算法设计上成为关键的理论工具，并把定位技术的研究从单纯的算法设计发展到了形式化分析的新阶段. 同时，使得定位算法的评估方式不再仅仅依赖模拟实验，严格的理论证明能够更加准确验证算法的准确性和有效性.

本文旨在对无线网络定位理论的新发展进行全面系统的总结，包括：定位问题的形式化定义、定位问题的复杂度分析、基于刚性理论的定位理论和新型定位算法.

1 定位问题形式化定义

为了方便问题描述，首先给出定位技术的一些基本概念.

定义 1. 锚节点(anchor node). 锚节点就是在网络初始化阶段能够直接获取自身位置信息的节点.

通常情况下，可以假定锚节点通过 GPS 或者手工配置位置的方式获得自身的位置信息. 考虑到成本和开销等方面的因素，网络中锚节点的数量通常较少.

定义 2. 伪锚节点(pseudo-anchor node). 伪锚节点就是在网络中通过计算获取自身位置信息的节点.

定义 3. 测距图(ranging graph). 给定一个网络 N，可以用一个加权无向图 $G_N=(V,E_N)$ 表示测距信息. 其中，集合 V 中每个顶点表示网络中的一个节点；边 $(i,j)\in E_N$ 表示节点 i 与节点 j 间能够获得距离信息，定义函数 $d_N(i,j):E_N\to\mathbb{R}$ 为边 (i,j) 的距离. 这个图 G_N 即为测距图.

在 d 维空间中($d=2,3$)，给定一个网络 G_N，其中含有 m 个锚节点，标识为 $1,2,\cdots,m$，对应的位置分别为 $\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_m$；并含有 $n-m$ 个普通节点，标识为 $(m+1),(m+2),\cdots,n$. 并且，每个节点位于 $\mathbb{R}^d$ 空间中固定的位置. 如果这个定位问题是可解的，即当且仅当在 $\mathbb{R}^d$ 上仅存在一个向量 $(\boldsymbol{p}_{m+1},\boldsymbol{p}_{m+2},\cdots,\boldsymbol{p}_n)$，使得对任意的 $(i,j)\in E_N$ 有 $\|\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j\|=d_N(i,j)$，则称 G_N 是可定位的. 相应地，称向量 $(\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n)$ 为这个定位问题的解. 令 $E_N=\{e_1,e_2,\cdots,e_q\}$，对于任意 $\mathbb{R}^d$ 上的 n 个点 $(\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n)$，可以得到一个向量 $\boldsymbol{z}$，对应 E_N 中的每条边 $e_k=(i,j)$，向量 $\boldsymbol{z}$ 的第 k 个分量为 $\|\boldsymbol{y}_i-\boldsymbol{y}_j\|$. 则得到一个良定义的函数把 $(\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n)$ 映射到 $(\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_m,\boldsymbol{z})$，定义此函数为 $f:\mathbb{R}^{nd}\to\mathbb{R}^{(md+q)}$. 因此，$G_N$ 定位问题是可解的当且仅当函数 f 在点 $(\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n)$ 处是单射，即如果有 $f(\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n)=f(\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n)$，则有 $(\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_n)=(\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n)$.

2 定位问题复杂度分析

在给定精确的距离和角度信息的情况下，可以从每个锚节点出发，通过距离和角度不断定位它的邻居节点并把这些已定位的节点当成伪锚节点，然后重复这一过程直到所有可定位节点都被定位. 显然，这是一个线性时间复杂度的过程.

但是，如果不能同时获得距离和角度信息，或者得到的信息不是精确的，定位问题的复杂度就不再是多项式时间可解的. 对于仅给定距离信息的情况，在 $d(d\geqslant 2)$ 维空间中，有如下定理证明了定位问题的复杂度.

定理 1. d 维空间中，加权图的可嵌入性问题是 NP 难的[20].

定理 1 指出定位问题的判定问题是 NP 难的，所以 d 维空间中定位问题是 NP 难的. 对于一维情况，文献[21]通过归结到最优线性排列问题(optimal linear arrangement problem)进一步证明了下面结论：

定理 2. 在存在测距误差的情况下，一维空间的定位问题是 NP 难的[21].

这里我们证明一个更加一般的结论:

定理 3. 在精确测距的情况下,一维空间的定位问题是 NP 难的.

证明. 首先给出一个 NP 难问题的实例:集合划分问题(set partition problem). 给定一个正整数集合 S,集合划分问题是找到 S 的划分 $S=A\cup(S-A)$,使得集合 A 和集合 $S-A$ 中元素的和相等. 文献[22]证明了集合划分问题是 NP 难的.

下面给出一个多项式时间的转换,对任意一个集合划分问题的实例找到等价的一维空间的定位问题的实例. 给定集合 $S=\{d_1,d_2,\cdots,d_m\}$,其中含有 m 个元素,构造如下的定位问题:令 m 个节点$\{n_1,n_2,\cdots,n_m\}$连接成环图,形成 m 条边,每条边的长度和 S 中的元素一一对应,对应关系如图 1 所示. 如果这个定位问题是可解的,则可以得到每个点的坐标,即一维空间的一个嵌入. 图 1 把这种嵌入按照边进行展开. 把这个环状图按照顺时针顺序给每条边赋予一个方向,在一维嵌入中这些有向边只有两个可能的方向. 图 1 所示的例子中,边 d_1 和 d_3 是坐标负方向;边 d_2 和 d_m 是坐标正方向. 把同向的边对应的长度值归为一个集合,则找到了集合 S 的一个划分. 由于集合划分问题是 NP 难的,因此一维空间的定位问题是 NP 难的. 证毕.

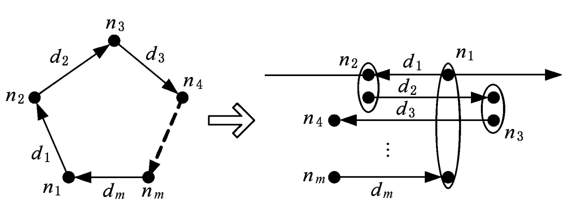


Fig. 1 Localization in one dimensional space.

图 1 一维空间定位问题

上述关于定位问题复杂度的结论都假设图 G_N 是一般图,也就是说在 G_N 中允许任何两顶点之间有边存在,而这个假设通常不符合网络实际. 在无线传感器网络中,相距较远的传感器节点很难进行测距,而较近的节点则容易测距. 为了描述这种特性,可以增加对网络的测距模型的限制,即假设 G_N 是 UDG 图(unit disk graph)[23]. UDG 图是在二维欧氏空间中由单位圆盘相交所构成的图. 但是,即使增加模型限制,文献[24]通过归约到电路可满足性问题进一步证明:UDG 模型约束下的定位问题仍然是 NP 难的.

定理 4. UDG 图的重建问题(unit disk graph reconstruction)是 NP 难的[24].

同时,文献[24]还证明了对于定位问题没有有效的确定和随机的算法,如下述定理所示:

定理 5. 在最坏情况下,没有算法能够有效解决稀疏网络的定位问题,除非 P=NP[24].

定理 6. 在最坏情况下,没有随机算法能够有效解决稀疏网络的定位问题,除非 RP=NP[24].

定理 7. 对于那些能够给出近似解的算法,如果它能够保证近似解在正确解 $\varepsilon\cdot r$ 之内,定理 5 和定理 6 的结论仍然成立,其中 ε 是固定常数,r 为单位圆盘的半径[24].

对于同时获得距离和角度信息的情况,文献[25]通过归约到三合取范式(3SAT)问题得到如下结论:

定理 8. 在同时使用距离和角度信息的情况下,只要给定的信息存在误差,则定位问题是 NP 难的[25].

定理 9. 在给定精确的距离和角度的数量信息,但是角度值的正负符号无法确定时(即角度信息有两种可能的选择),定位问题是 NP 难的[25].

3 定位理论

本节采用刚性理论(rigidity theory)对网络的可定位性进行分析. 首先作如下基本假设:在 d 维空间中($d=2,3$),网络节点的分布是非特殊的,即节点集合的任何子集不能位于同一子空间中. 具体来说,在二维空间下,任意 3 个节点不共线;在三维空间下,任意 4 个节点不共面.

3.1 基本概念

为了便于描述定位理论,引入如下概念.

定义 4. 基础图(grounded graph). 在测距图 $G_N=(V,E_N)$的边集合 E_N 中增加所有锚节点对相连接的边,得到 $G'_N=(V,E_N\cup\{(i,j)\mid i,j\leqslant m\})$,称为基础图.

定义 5. 刚性(rigid). 如果一个图 G 在不改变顶点间相互距离的情况下不能够作连续形变,称 G 是刚性的.

定义 6. 冗余刚性(redundantly rigid). 在 d 维空间中,如果一个图 G 在删除任何一条边的情况下仍然是刚性的,称 G 是冗余刚性的.

定义 7. 点形(point formations). 给定一个基础图 G'_N,定义 d 维空间中点集合 $p=\{\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n\}$对应的点形 $F_p=(\{\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n\},L)$,其中 L 是对应于 G'_N 边集合的链接集合,且链接(i,j)的长度

为 $\|\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j\|$.

任何点形 F_p 都唯一确定一个图 $G_F=(V,L)$,表示点间的连接关系,以及一个映射,$d_p:L\to R$ 表示 L 中每个连接对应的距离值.

定义 8. 点集合的全等.两个点集合 p 和 q 全等是指存在一个保持距离的映射 $T:\mathbb{R}^d\to\mathbb{R}^d$,使得 $T(\boldsymbol{p}_i)=(\boldsymbol{q}_i)$.

定义 9. 点形的全等.两个点形 F_p 和 F_q 全等是指点集合 p 和 q 全等.

定义 10. 完全刚性(globally rigid).一个 d 维空间中的点形 F_p 是完全刚性的,当且仅当对于任何一个点形 F_q,如果 F_q 和 F_p 生成相同的图和距离映射,则有 F_p 和 F_q 是全等的.

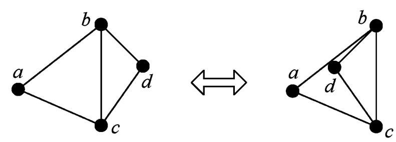
定义 11. k 连通.如果一个图 G 在删除任意小于 k 个顶点后仍然是连通图,称 G 为 k 连通图.

3.2 网络可定位的条件

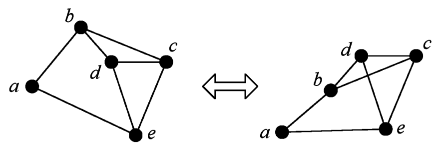
利用刚性理论,文献[22]证明了网络可定位的充要条件:

定理 10. 在 $d(d=2,3)$ 维空间中,给定一个网络 N,其中含有 m 个锚节点,标识为 $1,2,\cdots,m$,对应的位置为 $\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_m$;并含有 $n-m$ 个普通节点,标识为 $(m+1),(m+2)\cdots,n$,对应的位置为 $\boldsymbol{p}_{m+1},\boldsymbol{p}_{m+2},\cdots,\boldsymbol{p}_n$.并且,对于 $d=2,m\geqslant3$;对于 $d=3,m\geqslant4$.用点形 F_p 表示这个网络,其中 $p=\{\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2,\cdots,\boldsymbol{p}_n\}$,网络 N 是可定位的当且仅当 F_p 是完全刚性的[22].

显然,非刚性图会发生连续形变,因此不可能是完全刚性的.在二维空间中,刚性图仍然可能有 2 种非连续形变使得它不满足完全刚性,这 2 种形变是翻转(flip ambiguity)和折转(flex ambiguity),如图 2 所示[26].翻转就是网络中一部分节点可以通过一个轴镜像到对称位置,如图 2(a)中节点 d.折转相对复杂一些,就是去掉图中某些边后可以对图中的一部分节点连续形变,然后找到等距的位置加入去掉的边,从而得到的保持距离的另一种排列.如图2(b)所示,首先去掉边(b,c),则图形$\{a,b,d,e\}$可以进行连续形变,然后找到一个位置使得边(b,c)的长度不变,再把边(b,c)加入到图中就得到了另一种排列.因此,必须对刚性图附加额外的限制才能构成完全刚性图.



(a) Flip ambiguity



(b) Flex ambiguity

Fig. 2 Rigid networks with flip and flex ambiguities[26].

图 2 刚性图的两种非连续形变[26]

定理 11. 在二维空间中,如果一个图 G 含有 4 个以上的顶点,那么 G 是完全刚性的当且仅当 G 是 3 连通的且 G 是冗余刚性的[27].

对于高维空间,这个条件将变成必要不充分的.

定理 12. 在 d 维空间中,如果一个图 G 含有 $d+1$ 个以上的顶点且是完全刚性的,则 G 是至少 $d+1$ 连通的且 G 是冗余刚性的.并且,对任意的 $d\geqslant3$,这个命题的逆命题不成立[28].

事实上,高维空间中网络是否可定位的判定条件至今仍然是一个开放问题.结合定理 10 和定理 11,在二维空间中判别网络可定位的充分必要条件是:

定理 13. 在二维空间中,如果一个网络 N 含有 4 个以上的顶点,那么 N 是可定位的当且仅当对应的基础图 G'_N 同时满足如下条件[29]:

1) G'_N 是冗余刚性的;

2) G'_N 是 3 连通的;

3) G'_N 中至少含有 3 个锚节点.

这个条件要求测试 G'_N 的冗余刚性,冗余刚性的测试可以通过测试图的刚性来实现.下面这个定理解决了图的刚性测试问题:

定理 14. 在二维空间中,图 $G=(V,L)$是刚性的,当且仅当 L 包含一个边子集 E 满足:1)E 含有 $2n-3$ 条边;2)且对任意非空子集 $E'\subseteq E$,E' 中含有的边数不超过 $2n'-3$.其中,n 为 V 中的顶点数目,n'为 E'中边的端点个数[30].称满足 2)的集合 E 为独立边集(independent edge set).

由定理 14 可得,测试一个图的刚性就是确定它是否含有一个独立边集.文献[31]提出用石子博弈(pebble game)方法测试独立边集的存在性.算法主要基于如下定理.

定理 15. 在二维空间中,给定图 $G=(V,L)$,L 是独立边集当且仅当对 L 中任意边(a,b),如果再增加 3 条边(a,b)后,G 中任意 n 个顶点的子图不会含有超过 $2n$ 条边[32].

算法主要思想如下:对于给定的图 $G=(V,L)$,从图 $G'=(V,\Phi)$开始逐个地测试 L 中的边,如果被

测试的边加入到 G' 后，G' 的边集是独立边集，则把被测试边加入到 G'. 如果 G' 中的边数达到了 $2n-3$，则图 G 是刚性的；如果 L 中的所有的边都进行了测试，G' 中的边数没有达到 $2n-3$，则图 G 是非刚性的.

在这个过程中，石子博弈用于对 G' 的边集是否构成独立边集进行测试. 假设每个顶点都有 2 个石子，每个石子可以用来覆盖同这个顶点相连的边. 当需要决策某一条边是否应该加入 G' 时，同时加入 4 条被测试的边到 G'，然后测试 G' 的所有边是否都能够有石子可以覆盖. 如果 G' 的所有边都有石子可以覆盖，则 G' 的边集是独立边集. 算法过程描述如下：

算法 1. RigidityTest 算法.

```
由给定的图 G=(V,L)构造图 G'=(V,Φ)；
while L≠∅ do
  任取 L 中的一条边(a,b)；
  添加 4 条边(a,b)到 G'中；
  while 有边(a,b)没有被覆盖 do
    沿着 a 或 b 覆盖的边的方向进行搜索，
    重新安排石子覆盖，直到找到空闲的石
    子或穷尽搜索路径；
  end while
  if G'中所有边都被覆盖 then
    保留 1 条边(a,b)，并置相关的石子
    空闲；
  else
    删除所有添加的边(a,b)，并置相关
    石子空闲；
end if
end while
if G'中含有 2n-3 条边 then
  return TRUE；
else
  return FALSE.
end if
```

上述算法最多测试 $O(n^2)$ 条边，每次对石子的重新排列最多执行 $O(n)$ 次，因此算法可以在多项式时间内结束. 同理，对于冗余刚性测试也可以在多项式时间内结束. 因为 3 连通性和包含的锚节点数量都可以在多项式时间内测试完成. 所以，对于任意的网络，可以在多项式时间内判定其是否可定位.

但是，即使网络是可定位的，文献[29]进一步证明节点位置计算问题仍然是 NP 难的：

定理 16. 给定一个完全刚性的网络，计算每个节点位置的问题是 NP 难的[29].

3.3 顺序定位图

为了解决位置计算的问题，有学者提出一类特殊的图：顺序定位图[33-34].

定义 12. 顺序定位图(sequential localization graph). 如果一个图 G 的顶点集合 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$ 存在一个定位序列 $v_1,v_2,\cdots,v_n$，其中 $v_1,v_2,\cdots,v_m$ 的物理坐标已知(即代表锚节点)，对于任何一个后序节点 $v_i(m<i\leqslant n)$，它至少有 k 个邻居位于它的前序节点集合 $\{v_1,v_2,\cdots,v_{i-1}\}$ 中，则称图 G 为顺序定位图. 特别地，如果 $k=2$，则称 G 为两边测量图(bilateration graph)，相应的序列 $v_1,v_2,\cdots,v_n$ 称为两边测量序列(bilateration ordering)；如果 $k=3$，则称 G 为三边测量图(trilateration graph)，相应的序列 $v_1,v_2,\cdots,v_n$ 称为三边测量序列(trilateration ordering). 显然，所有的三边测量图都是两边测量图，但反之不成立.

三边测量图对应于定位算法中的经典的三边测量法，文献[22]证明了三边测量法的理论基础.

定理 17. 在 d 维空间中，给定一个完全刚性图 G，如果一个点有 $d+1$ 条边连接到 G，则 G 增加这个点后仍然是完全刚性的[22].

由此得到一个简单的推论：

推论 1. 三边测量图是完全刚性的，并且可以在多项式时间内解出每个节点的位置[22].

文献[34]进一步证明了三边测量图和顺序定位图的关系：

定理 18. 在二维空间中，一个可定位网络可以在一次顺序计算中计算出所有节点的位置信息，当且仅当这个网络构成三边测量图[34].

三边测量图仅仅是可定位图的一个子集. 下面讨论一种更一般的可定位图：两边测量图.

定义 13. 平方图. 给定一个图 $G=(V,E)$，将边集 E 中长为 2 的路径进行连接构成的新图为图 G 的平方图，表示为 $G^2=(V,E\cup E^2)$. 相应地，定义 G 的立方图为 $G^3=(V,E\cup E^2\cup E^3)$.

通过平方图可以得到 2 个两边测量图的事例：

定理 19. 在 $d(d=2,3)$ 维空间中，如果一个图 C 构成环图，则 C^d 是完全刚性的[35].

定理 20. 在 $d(d=2,3)$ 维空间中，如果一个图 G 是边 2 连通的，则 G^d 是完全刚性的[35].

显然当节点数目大于 5 时，C^2 不存在三边测量序列，但是它存在两边测量序列，所以仍然是可定位的，定位算法见第 4 节的 Sweeps 算法. 对于两边测量图，文献[34]证明了两边测量图和顺序定位图之间的关系：

定理 21. 在二维空间中,一个图是顺序定位图,当且仅当这个图是两边测量图[34].

事实上,顺序定位图也只是可定位图的一个子集.比如 $K_{3,4}$,可以验证它是完全刚性的,但是它不是顺序定位图.第 4 节还将介绍一个能够定位一部分非顺序定位图的算法,但它依然不能定位所有可定位图.综上所述,按照集合的包含关系,将相关概念排列如下:三边测量图$\subset$两边测量图=顺序定位图$\subset$可由已有算法定位的图$\subseteq$可定位图.

4 典型定位算法

4.1 定位算法研究概述

在定位算法领域,三边测量法得到了大量的研究[14-15],已经相对比较成熟.但是,顺序定位图的研究已经证明很多可定位的网络实例无法通过三边测量法定位.也就是说,三边测量法仅在相对稠密的网络才能良好地工作.近年来,新型定位算法的提出有望解决这一问题,这些算法部分地放松三边测量法的定位条件,从而更好地克服网络稀疏带来的问题.

新兴的定位理论很好地支持了这类稀疏网络定位算法的研究,具体表现在以下 2 个方面:第一,定位理论研究的问题之一就是确定定位问题可解的最低要求,为稀疏网络的定位算法研究提供了理论极限.同时,定位理论还能够识别网络可定位的节点集合,这个可定位节点集合也是定位算法能定位的节点数量的极限.第二,定位理论本身的结论可以为定位算法设计提供理论依据.很多算法依赖特殊的结构进行定位,定位理论可以形式化地证明这些结构满足设计需求.

本节总结一系列典型的定位算法并且对它们的特点和适用范围进行分析.算法评价主要采用如下指标:第一,定位性能.定位性能表示一个算法能够成功定位节点的数量.第二,计算开销.计算开销衡量算法执行的时间开销.第三,通信开销.通信开销衡量算法在执行过程中需要消息传递的数量.第四,定位精度.定位精度是指在测距信息存在误差情况下,定位结果误差的大小.

4.2 Sweeps 定位算法[26,36]

在早期算法设计中已经有文献研究三边测量法定位性能不足的问题,如 collaborative multilateration 算法[37]采用节点间的合作定位来弥补测距信息的不足.但是,文献[26]提出的 Sweeps 算法是第一个以最大化算法定位能力为目标的定位算法,在整个定位算法发展历史上起到里程碑的作用.Sweeps 算法主要有以下几方面的特点:1)Sweeps 算法首先引入了有限定位的概念,使得节点定位条件得到极大的放松;2)文献[34]进一步证明:在二维空间中,所有的顺序定位图均可由 Sweeps 算法进行定位;3)在最坏情况下 Sweeps 算法开销随节点数目的增长呈指数增长.

以图 3 为例说明 Sweeps 算法的执行过程.假设节点 v_1,v_2,v_3 为锚节点,三边测量法无法定位这个网络.Sweeps 算法执行过程如下:首先定位节点 v_4,由于 v_4 可以得到 2 个测距值,因此 v_4 有 2 个可能位置.这样,节点 v_4 被有限定位了.当继续定位节点 v_5 时,v_5 可以利用 3 个测距值.其中,2 个来自锚节点 v_1,v_2,1 个来自已经有限定位的节点 v_4.受到距离约束的限制,v_4 的可能位置中只有 1 个能够产生满足全部距离约束的结果.因此,在定位节点 v_5 后,v_4 的不相容的位置会被删除,最终所有的节点都被定位到唯一的位置.综上所述,Sweeps 算法的执行过程如下:

1) 设置有限定位节点集合为锚节点集合.

2) 找到一个能够同有限定位节点集合中的节点进行 2 边测量的节点.计算它的可能位置集合,并把这个节点加入到有限定位节点集合中.

3) 对每个节点的可能位置集合进行相容性检测,删除那些不相容的可能位置.

4) 重复第 2 步和第 3 步直到无法找到可以两边测量的节点.最终,如果一个节点可能位置集合只包含一个元素,则这个节点就被唯一定位了;否则,就被有限定位了.

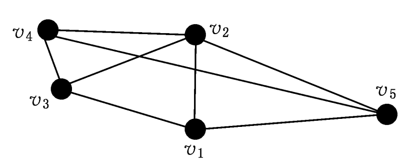


Fig. 3 An example for sweeps algorithm[26].

图 3 Sweeps 算法执行过程举例[26]

在最坏情况下,每一次定位都采用两边测量且相容性检测不能够消除任何位置,则每一轮定位都会使可能位置数量翻倍,所以 Sweeps 算法不是多项式时间的算法.模拟实验显示,Sweeps 算法能够在网络平均度在 10 左右达到完全定位,而传统的三边测量法需要网络平均度达到 12 才能保证完全定位.

4.3 CALL 定位算法[38]

Sweeps 算法可以完美解决顺序定位图的定位

问题，但是顺序定位图仅是可定位图的真子集. 为了超越顺序定位的限制，文献[38]提出了 CALL 定位算法. CALL 定位算法的全称是基于构件的定位算法(component based localization algorithm). CALL 算法的基本定位单元是构件，而不是传统算法的节点. 利用刚性理论，可以对构件定义如下：构件是测距图的刚性子图. 通过构件，节点之间可以更好地进行合作，从而超越单点定位(即顺序定位)的性能. CALL 定位算法的主要流程如下：

1) 构件生成. 首先，初始化构件的局部坐标系；然后，其他节点可以通过三边测量法加入到新生成的构件中.

2) 构件合并. 构件合并就是把 2 个构件聚合成一个更大的构件. 由于构件合并可以整合 2 个构件的锚节点信息，因此合并 2 个不可定位的构件有可能生成一个可定位的构件.

3) 构件定位. 构件定位就是通过锚节点或伪锚节点的信息，把构件的局部坐标系统转化为物理坐标系统.

可以证明，CALL 算法的定位性能严格高于 Sweeps 算法. 实验显示，在稀疏网络中，CALL 算法平均定位节点数量比 Sweeps 算法多 20%. 但是，构件定位的计算开销更高.

4.4 WHEEL 定位算法[39]

对于无线传感器网络，受限于网络的节点计算能力以及能耗要求，节点通常无法获得全局视图，因此要求算法是自治的. 对此，文献[39]针对于分布式计算需求，提出一种最优的局部定位算法：WHEEL 定位算法.

WHEEL 算法主要是基于识别局部的 WHEEL 结构进行网络定位. WHEEL 结构是由一个环图加上一个中心节点组成图. 其中，中心节点同环图中每个节点都有边相连接，如图 4(a)所示. 可以证明，WHEEL 结构是完全刚性的，并且是两边测量图.

WHEEL 算法流程如下：1)每个节点使用 1 跳的信息识别局部的 WHEEL 结构；2)通过锚节点信息识别可定位的局部 WHEEL 结构；3)通过 WHEEL 扩张识别相邻的可定位 WHEEL 结构. WHEEL 扩张是指当 2 个 WHEEL 结构有至少 3 个公共节点的情况下这 2 个 WHEEL 结构可以合并. WHEEL 扩张的过程如图 4(b)所示，图中 0 号节点表示锚节点，其余的数字表示扩张的顺序，当算法执行结束时，图 4 中所有的节点都是可定位节点.

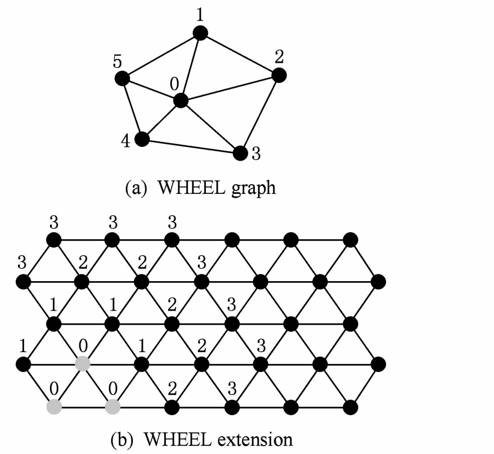


Fig. 4 WHEEL algorithm[39].

图 4 WHEEL 算法[39]

4.5 MAL 定位算法[40]

在解决稀疏网络问题上，辅助的移动节点完成网络设计目标是一个常用的模式[41-42]. 文献[40]提出了在三维空间中用于室内定位需求的 MAL 定位算法，即移动辅助定位算法(mobile-assisted localization). 算法的基本假设如下：1)移动节点不能确定自身位置；2)移动节点不能感知自身移动的距离；3)移动模式部分可控，即可以沿直线移动或在同一平面移动；4)移动节点可以同一定范围内的未知节点测距. MAL 算法主要思想就是通过移动节点移动到多个虚拟位置，使得这些虚拟位置和未知节点集合形成完全刚性图，从而通过测距信息得到未知节点间的距离信息，进而利用得到的距离信息完成网络定位. 也就是说，移动节点的主要作用就是辅助彼此无法测距的节点进行间接的距离计算.

下面介绍 MAL 算法的执行过程. 只需考虑最坏情况，即假定节点间完全不能进行测距，有以下 3 种情况：

1) 2 个节点. 由于在三维空间进行定位，每引入 1 个虚拟位置，相当于引入 3 个未知量，而只能得到 2 个测距信息，显然问题是不可解的. 因此，需要对移动模式进行控制，假设移动节点沿同一直线移动. 增加虚拟位置共线的这个假设后，MAL 需要用 3 个虚拟位置才能解得未知节点间的距离.

2) 3 个节点. 同 2 个节点类似，如果不加任何限制，每引入 1 个虚拟位置，相当于引入 3 个未知量，而只能得到 3 个测距信息，对问题的解决没有提供任何帮助. 因此，规定移动节点在同一个平面上移动，要得到 3 个节点间的距离信息，需要引入至少 6 个虚拟位置.

3）4 个以上节点.对于 $j(j\geqslant 4)$个节点，每引入 1 个虚拟位置，相当于引入 3 个未知量，而能得到 j 个测距信息，即得到额外$(j-3)$个限制.j 个节点共有$(3j-5)$个未知量需要求解，所以需要的虚拟位置数是$\lceil(3j-5)/(j-3)\rceil$.对于 4 个节点，需要引入至少 7 个虚拟位置.

引入移动节点为定位技术提供了灵活性，但是移动节点本身的能量消耗以及应用中对复杂环境的路径规划等问题，到目前还没有普遍接受的解决方案.

4.6 基于 Robust Quadrilaterals 定位算法[43]

在二维空间中，翻转形变可以使刚性图无法唯一定位.虽然刚性理论可以有效地对图形的刚性和完全刚性进行测试，但是如果存在测距误差，刚性理论的测试就不再可靠了.为了解决这一问题，文献[43]提出了一种基于 RQ(robust quadrilaterals)定位算法，使得在有测距误差的情况下仍然能够保证结果的唯一性.

RQ 是一个 4 个点组成的完全图，如图 5(a)所示.文献[43]证明了它的误差容忍的下限是 $b\sin^2\theta$，其中 b 表示图中最短边长，θ 表示三角形的最小内角.当这个误差容忍下限大于实际的测距误差时，RQ 不会产生翻转形变.RQ 算法的定位过程就是通过形成局部的 RQ，然后合并这些局部 RQ 形成更大的完全刚性图，再通过坐标系统转换完成节点定位，如图 5(b)所示.这个方法最大的缺点就是要求网络十分密集才能完成定位，实验显示 RQ 算法要求网络平均度达到 25 时，才能完成全部节点的定位.

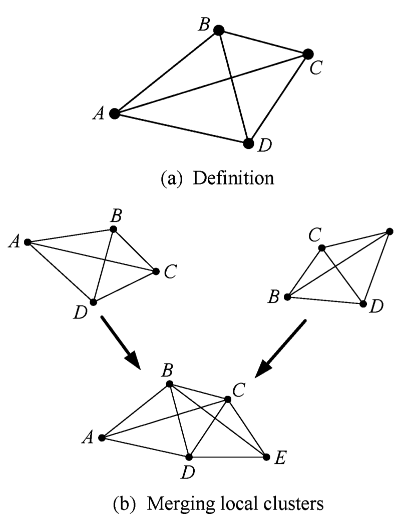


Fig. 5 Robust quadrilaterals[43].

图 5 Robust quadrilaterals[43]

4.7 基于 Delaunay Complex 定位算法[44-45]

距离无关(range-free)的网络定位算法一般采用节点间的跳步数来近似节点间的距离.由于这种距离估计误差较大，有可能对网络的某个部分产生整体的翻转形变.为了解决这个问题，文献[44]提出了基于 DC(delaunay complex)的定位算法.

DC 是对传统的 Delaunay 三角剖分的扩展.Delaunay 三角形是最基本的 DC；当有共圆节点时，这些节点形成一个高维的 DC，比如图 6 中左侧 4 个节点.这样，整个网络可以由 DC 进行划分.文献[44]证明了网络的 DC 划分是完全刚性的，即只有唯一的平面嵌入.算法的主要流程如下：

1）首先识别网络边界和中轴[46]；

2）分布式选取地标节点；

3）构建地标节点的 DC；

4）对 DC 进行平面嵌入；

5）参考地标节点位置，对每个 DC 内部节点进行定位.

为了减少边界识别带来的开销，文献[45]进一步对算法进行优化.实验结果显示，基于 DC 的算法能够很好地重建网络的整体形状.

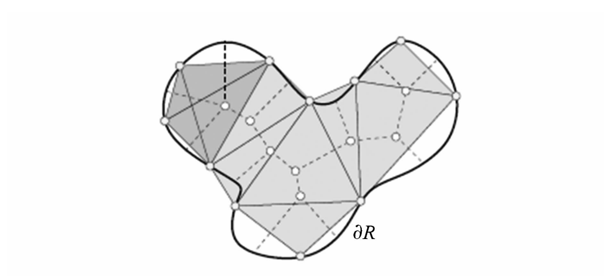


Fig. 6 The definition of delaunay complex[44].

图 6 Delaunay complex 的定义[44]

4.8 小 结

上述每个算法都在各自适用的领域取得了良好的定位效果，同时也存在某些不足.表 1 列出了算法之间的详细比较，评价标准有：定位性能、计算开销、通信开销和定位精度.此外，表 1 的最后一列还给出了定位理论在该算法设计中的应用方式.其中，验证性能(performance verification)是指通过定位理论给出算法设计的性能极限以验证算法实际性能；算法分析(structural analysis)是指定位理论为算法设计提供理论支撑，证明了算法所采用的结构的性质满足设计目标.

从整体上看，当前的定位算法主要存在以下几方面的问题：1)算法性能无法达到理论上限.尽管在特定的评价体系下，很多算法的定位能力已经和理论

上限处于同一水平，但是目前还没有算法能够完全达到理论上限. 2)算法复杂度过高. 典型的高性能定位算法的复杂度都是非多项式时间的，这样极大地影响其在实际系统中的应用. 尤其是在资源受限的无线传感器网络中. 3)在存在测距误差的情况下，定位精度的影响会很大. 高效的定位算法都对误差非常的敏感，如果存在测距误差，在定位过程中会使得误差累积，最终使结果可用性降低. 4)误差处理严重影响性能. 对于那些能够进行误差控制的方法，往往其定位性能较低，同样难以达到应用需求.

Table 1 Summery of the Algorithms

表 1 算法总结

Algorithm	Performance	Computational Cost	Communicational Cost	Accuracy	Application of the Localization Theory
Trilateration	Low	Low	Low	Median	Performance Verification
Sweeps	High	High	Low	Low	Performance Verification
CALL	High	High	High	Low	Performance Verification
WHEEL	Median	High	Low	Low	Structural Analysis
MAL	High	Median	Median	Median	Structural Analysis
RQ	Low	Median	Median	High	Structural Analysis
DC	High	Median	High	Low	Structural Analysis

5 展　　望

随着刚性理论的引入，定位理论迅速形成并逐步完善[47]，目前已经形成了较为完整的理论体系，并在指导定位算法设计中发挥了巨大的作用，成为一个新的研究热点. 未来定位理论和算法还有极大的研究空间，总结如下：1)定位理论方向. 定位理论仍然存在很多开放问题，比如对于非可定位网络中哪些节点是可定位的判别，定位理论只能给出充分不必要条件. 此外，对于高维空间的可定位性问题，定位理论还不能给出充要的结论. 最后，对于存在测距误差的情况，定位理论相关研究还很缺乏. 2)定位算法方向. 首先是找出能够达到理论极限的定位算法；其次是找到定位算法复杂度和定位能力的折中，在多项式时间复杂度约束下尽可能地提高定位性能. 3)误差处理方向. 首先需要研究在保证定位结果鲁棒性的情况下最大化定位性能；其次是定量地分析结果误差同测距误差的关系，进而能够提供有误差保障的定位服务.

参　考　文　献

[1] Ren Fengyuan, Huang Hhining, Lin Chuang, Wireless sensor networks [J]. Journal of Software, 2003, 14: 1282-1291 (in Chinese)
(任丰原，黄海宁，林闯. 无线传感器网络[J]. 软件学报，2003，14：1282-1291)

[2] Li M, Liu Y, Chen L. Non-threshold based event detection for 3D environment monitoring in sensor networks [J]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering, 2008, 20(12): 1699-1711

[3] Karp B, Kung H T. GPSR: Greedy perimeter stateless routing for wireless networks [C] //Proc of ACM MobiCom. New York: ACM, 2000: 243-254

[4] Pan J, Hou Y T, Cai L, et al. Topology control for wireless sensor networks [C] //Proc of ACM Mobicom. New York: ACM, 2003: 286-299

[5] Liu Y, Chen L, Pei J, et al. Mining frequent trajectory patterns for activity monitoring using radio frequency tag arrays [C] //Proc of IEEE PerCom. Piscataway, NJ: IEEE, 2007: 37-46

[6] Xiao Ling, Li Renfa, Luo Juan. A sensor localization algorithm in wireless sensor networks based on nonmetric multidimensional scaling [J]. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44(3): 399-405 (in Chinese)
(肖玲，李仁发，罗娟. 基于非度量多维标度的无线传感器网络节点定位算法[J]. 计算机研究与发展，2007，44(3)：399-405)

[7] Cao Xiaomei, Yu Bo, Chen Guihai, et al. Security analysis on node localization systems of wireless sensor networks [J]. Journal of Software, 2008, 19(4): 879-887 (in Chinese)
(曹晓梅，俞波，陈贵海，等. 传感器网络节点定位系统安全性分析[J]. 软件学报，2008，19(4)：879-887)

[8] Li Shijian, Xu Congfu, Yang Yang, et al. Getting mobile beacon path for sensor localization [J]. Journal of Software, 2008, 19(2): 455-467 (in Chinese)
(李石坚，徐从富，杨旸，等. 面向传感器节点定位的移动信标路径获取[J]. 软件学报，2008，19(2)：455-467)

[9] Ji Jian, Shi Shengfei, Li Jianzhong. A robust ordered localization algorithm for wireless sensor network [J]. Journal of Computer Research and Development, 2008, 45 (1): 131-137 (in Chinese)
(季检，石胜飞，李建中. 一种适用于无线传感器网络的健壮的有序定位算法[J]. 计算机研究与发展，2008，45(1)：131-137)

[10] Li M, Liu Y. Rendered path: Range-free localization in anisotropic sensor networks with holes [C] //Proc of ACM MobiCom Montreal. New York: ACM, 2007: 51-62

[11] Lim H, Hou J C, Localization for anisotropic sensor networks [C] //Proc of IEEE INFOCOM. Piscataway, NJ: IEEE, 2005: 138-149

[12] Kwon Y, Agha G. Passive localization: Large size sensor network localization based on environmental events [C] //Proc of ACM/IEEE IPSN. New York: ACM, 2008: 3-14

[13] Zhong Z, Wang D, He T. Sensor node localization using uncontrolled events [C] //Proc of IEEE ICDCS. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 438-445

[14] Yang Z, Liu Y. Quality of trilateration: Confidence-based iterative localization [C] //Proc of IEEE ICDCS. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 446-453

[15] Liu J, Zhang Y, Zhao F. Robust distributed node localization with error management [C] //Proc of ACM MobiHoc. New York: ACM, 2006: 250-261

[16] Cui Xunxue, Fang Hongyu, Zhu Xulai. Probabilistic character for localization problem in sensor networks [J]. Journal of Computer Research and Development, 2007, 44 (4): 630-635 (in Chinese)
(崔逊学，方红雨，朱徐来. 传感器网络定位问题的概率特征[J]. 计算机研究与发展，2007，44(4)：630-635)

[17] Wang Jichun, Huang Liusheng, Xu Hongli, et al. A novel range free localization scheme based on Voronoi diagrams in wireless sensor networks [J]. Journal of Computer Research and Development, 2008, 45(1): 119-125 (in Chinese)
(王继春，黄刘生，徐宏力，等. 基于 Voronoi 图的无需测距的无线传感器网络节点定位算法[J]. 计算机研究与发展，2008，45(1)：119-125)

[18] Wang Fubao, Shi Long, Ren Fengyuan. Self-localization systems and algorithms for wireless sensor networks [J]. Journal of Software, 2005, 16(5): 857-868 (in Chinese)
(王福豹，史龙，任丰原. 无线传感器网络中的自身定位系统和算法[J]. 软件学报，2005，16(5)：857-868)

[19] Mao G, Fidan B, Anderson B D O. Wireless sensor network localization techniques [J]. Computer Networks, 2007, 51 (10): 2529-2553

[20] Saxe J B. Embeddability of weighted graphs in *k*-space is strongly NP-hard [C] //Allerton Conference Communication, Control and Computing. Northen Ireland: Curran Associates, 1979: 480-489

[21] Feng J, Girod L, Potkonjak M. Location discovery using data-driven statistical error modeling [C] //Proc of IEEE Infocom. Piscataway, NJ: IEEE, 2006: 1-14

[22] Aspnes J, Eren T, Goldenberg D K, et al. A theory of network localization [J]. IEEE Trans on Mobile Computing, 2006, 5(12): 1-15

[23] Bruck J, Gao J, Jiang A A. MAP: Medial axis based geometric routing in sensor network [C] //Proc of ACM MobiCom. New York: ACM, 2005: 835-853

[24] Aspnes J, Goldenberg D, Yang Y R. On the computational complexity of sensor network localization [C] //Algorithmic Aspects of Wireless Sensor Networks: First Int Workshop (ALGOSENSORS). Berlin: Springer, 2004: 32-44

[25] Basu A, Gao J, Mitchell J, et al. Distributed localization using noisy distance and angle information [C] //Proc of ACM MobiHoc. New York: ACM, 2006: 262-273

[26] Goldenberg D, Bihler P, Cao M, et al. Localization in sparse networks using sweeps [C] //Proc of ACM MobiCom. New York: ACM, 2006: 110-121

[27] Jackson B, Jordan T. Connected rigidity matroids and unique realizations of graphs [J]. Journal of Combinatorial Theory B, 2005, 94(1): 1-29

[28] Connelly R. Generic global rigidity [J]. Discrete and Computational Geometry, 2005, 33(4): 549-563

[29] Eren T, Goldenberg D K, Whiteley W, et al. Rigidity, computation, and randomization in network localization [C] //Proc of IEEE INFOCOM. Piscataway, NJ: IEEE, 2004: 2673-2684

[30] Laman G. On graphs and rigidity of plane skeletal structures [J]. Journal of English Mathematics, 2002, 4(4): 331-340

[31] Jacobs D, Hendrickson B. An algorithm for two dimensional rigidity percolation: The pebble game [J]. Journal of Computational Physics, 1997, 137(2): 346-365

[32] Goldenberg D K, Krishnamurthy A, Maness W C, et al. Network localization in partially localizable networks [C] //Proc of IEEE INFOCOM. Piscataway, NJ: IEEE, 2005: 313-326

[33] Fang J, Cao M, Morse A S, et al. Sequential localization of networks [C] //Proc of the 17th Int Symp on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS). Groningen, Holland: University of Groningen, 2006: 2218-2221

[34] Fang J, Cao M, Morse A S, et al. Sequential localization of sensor networks [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2009, 48(1): 321-350

[35] Anderson B D O, Belhumeur P N, Eren T, et al. Graphical properties of easily localizable sensor networks [J]. Wireless Networks, 2006, 15(2): 177-191

[36] Fang J, Cao M, Morse A S, et al. Localization of sensor networks using sweeps [C] //Proc of IEEE Conf on Decision & Control. Piscataway, NJ: IEEE, 2006: 4645-4650

[37] Savvides A, Park H, Srivastava M B. The bits and flops of the *n*-hop multilateration primitive for node localization problems [C] //Proc of ACM Int Workshop on Wireless Sensor Networks and Applications (WSNA). New York: ACM, 2002: 112-121

[38] Wang X, Luo J, Li S, et al. Component based localization in sparse wireless ad hoc and sensor networks [C] //Proc of IEEE ICNP. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 288-297

[39] Yang Z, Liu Y, Li X -Y. Beyond trilateration: On the localizability of wireless ad-hoc networks [C] //Proc of IEEE INFOCOM. Piscataway, NJ: IEEE, 2009: 2392-2400

[40] Priyantha N B, Balakrishnan H, Demaine E D, et al. Mobile-assisted localization in wireless sensor networks [C] //Proc of IEEE Infocom. Piscataway, NJ: IEEE, 2005: 172-183

[41] Wei W, Srinivasan V, Chaing C K. Using mobile relays to prolong the lifetime of wireless sensor networks [C] //Proc of MobiCom. New York: ACM, 2005: 270-283

[42] Li S, Wang X, Li M, et al. Using cable-based mobile sensors to assist environment surveillance [C] //Proc of IEEE ICPADS. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 623-630

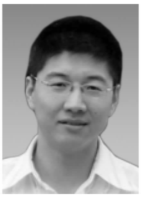
[43] Moore D, Leonard J, Rus D, et al. Robust distributed network localization with noisy range measurements [C] //Proc of ACM SenSys. New York: ACM, 2004: 50-61

[44] Lederer S, Wang Y, Gao J. Connectivity-based localization of large scale sensor networks with complex shape [C] //Proc of IEEE INFOCOM. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 789-797

[45] Wang Y, Lederer S, Gao J. Connectivity-based sensor network localization with incremental Delaunay refinement method [C] //Proc of IEEE INFOCOM. Piscataway, NJ: IEEE, 2009: 789-797

[46] Wang Y, Gao J, Mitchell J. Boundary recognition in sensor networks by topological methods [C] //Proc of MobiCom. New York: ACM, 2006: 122-133

[47] Eren T, Whiteley W, Belhumeur P N. Further results on sensor network localization using rigidity [C] //European Workshop on Wireless Sensor Networks (EWSN). Piscataway, NJ: IEEE, 2005: 405-409



Wang Xiaoping, born in 1982. PhD candidate. His current research interests include wireless network and operating system.

Luo Jun, born in 1964. Professor. His current research interests include operating system, parallel and distributed system.

Shen Changxiang, born in 1940. Professor and PhD supervisor. Academician of the Chinese Academy of Engineering. Senior member of China Computer Federation. His current research interests include information security, computer architecture, parallel and distributed system.